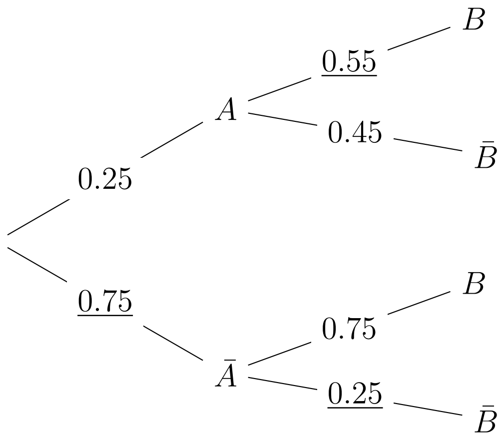
Q1) *Les probabilités soulignées sont obtenues avec la loi des noeuds.*



a) La probabilité conditionnelle $p_A(B)$ est égale à

☐ 0.15	☐ 0.45	☐ 0.75
☐ 0.25	✓ 0.55	☐ 0.85
☐ 0.35	☐ 0.65	☐ 0.95

La probabilité conditionnelle $p_A(B)$ se trouve sur la branche allant de A à B soit

$$p_A(B) = 0.55$$

b) La probabilité $p\left(A \cap \bar{B}\right)$ est égale à

☐ 0.1105	☐ 0.1135	☐ 0.1165
☐ 0.1115	☐ 0.1145	☐ 0.1175
✓ 0.1125	☐ 0.1155	☐ 0.1185

$$\begin{aligned} p\left(A \cap \bar{B}\right) &= p(A) \times p_A\left(\bar{B}\right) \\ &= 0.25 \times 0.45 \\ &= 0.1125 \end{aligned}$$

c) La probabilité $p(B)$ est égale à

☐ 0.1	☐ 0.4	✓ 0.7
☐ 0.2	☐ 0.5	☐ 0.8
☐ 0.3	☐ 0.6	☐ 0.9

D'après la formule des probabilités totales

$$\begin{aligned} p(B) &= p\left(A \cap B\right) + p\left(\bar{A} \cap B\right) \\ &= p(A) \times p_A(B) + p\left(\bar{A}\right) \times p_{\bar{A}}(B) \\ &= 0.25 \times 0.55 + 0.75 \times 0.75 \\ &= 0.7 \end{aligned}$$

d) La probabilité conditionnelle $p_B(A)$ est égale à

☐ $\frac{10}{55}$	☐ $\frac{11}{55}$	☐ $\frac{12}{55}$
☐ $\frac{10}{56}$	✓ $\frac{11}{56}$	☐ $\frac{12}{56}$
☐ $\frac{10}{57}$	☐ $\frac{11}{57}$	☐ $\frac{12}{57}$

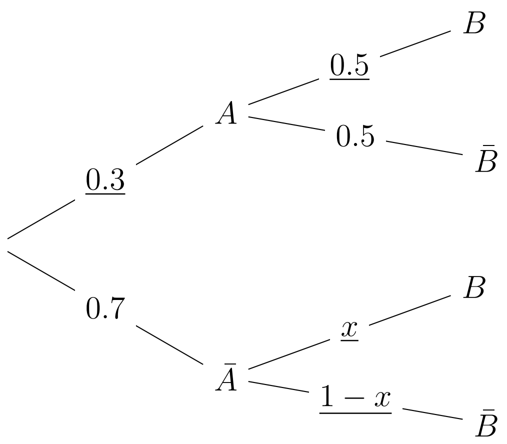
$$\begin{aligned} p_B(A) &= \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \\ &= \frac{p(A) \times p_A(B)}{p(B)} \\ &= \frac{0.25 \times 0.55}{0.7} \\ &= \frac{11}{56} \end{aligned}$$

e) La probabilité $p\,(A \cup B)$ est égale à

☐ 0.8025	☐ 0.8325	☐ 0.8625
✓ 0.8125	☐ 0.8425	☐ 0.8725
☐ 0.8225	☐ 0.8525	☐ 0.8825

$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= p(A) + p(B) - p(A) \times p_A(B) \\ &= 0.25 + 0.7 - 0.25 \times 0.55 \\ &= 0.8125 \end{aligned}$$

Q2) *Les probabilités soulignées sont obtenues avec la loi des noeuds.*



avec $p(B) = 0.29$.
La probabilité conditionnelle $p_{\bar{A}}(B)$ est égale à

☐ 0.14	☐ 0.17	✓ 0.20
☐ 0.15	☐ 0.18	☐ 0.21
☐ 0.16	☐ 0.19	☐ 0.22

D'après la formule des probabilités totales

$$\begin{aligned} p(B) &= p\left(A \cap B\right) + p\left(\bar{A} \cap B\right) \\ &= p(A) \times p_A(B) + p\left(\bar{A}\right) \times p_{\bar{A}}(B) \\ &= 0.3 \times 0.5 + 0.7 \times p_{\bar{A}}(B) \\ &= 0.15 + 0.7 \times p_{\bar{A}}(B) \end{aligned}$$

Par suite

$$\begin{aligned} p(B) = 0.29 &\Leftrightarrow 0.29 = 0.15 + 0.7 \times p_{\bar{A}}(B) \\ &\Leftrightarrow 0.7 \times p_{\bar{A}}(B) = 0.29 - 0.15 \\ &\Leftrightarrow p_{\bar{A}}(B) = \frac{0.14}{0.7} \\ &\Leftrightarrow p_{\bar{A}}(B) = 0.2 \end{aligned}$$

Q3) On considère des événements A, B, C, D pour lesquels on a les informations suivantes

$p(A) = 0.13$
$p(B) = 0.12$
$p(C) = 0.2$
$p(D) = 0.3$

$p(A \cup B) = 0.25$
$p(A \cup C) = 0.304$
$p(A \cap D) = 0.029$

- *Deux événements R et S sont dits incompatibles (ou disjoints) lorsque $R \cap S$ est l'événement impossible soit $R \cap S = \emptyset$.*
  Lorsqu'aucun résultat n'est de probabilité nulle, cela est équivalent à $p(R \cap S) = 0$.
- *Deux événements R et S sont dits indépendants lorsque $p_R(S) = p(S)$ ce qui est équivalent à $p(R \cap S) = p(R) \times p(S)$.*

a) Les événements A et B sont incompatibles.

✓ V

☐ F

$$\begin{aligned} p(A \cap B) &= p(A) + p(B) - p(A \cup B) \\ &= 0.13 + +0.12 - 0.25 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Par suite $A \cap B = \emptyset$ et les événements A et B sont incompatibles.

b) Les événements A et B sont indépendants.

☐ V

✓ F

On a établi précédemment $p(A \cap B) = 0$. D'autre part, $p(A) \times p(B) = 0.13 \times 0.12 = 0.0156$. Par suite

$$p(A \cap B) \neq p(A) \times p(B)$$

et les événements A et B sont ne sont pas indépendants.

c) Les événements A et C sont incompatibles.

☐ V

✓ F

$$\begin{aligned} p(A \cap C) &= p(A) + p(C) - p(A \cup C) \\ &= 0.13 + +0.2 - 0.304 \\ &= 0.026 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Par suite $A \cap C \neq \emptyset$ et les événements A et C ne sont pas incompatibles.

d) Les événements A et C sont indépendants.

✓ V

☐ F

On a établi précédemment $p(A \cap C) = 0.026$. *D'autre part,* $p(A) \times p(C) = 0.13 \times 0.2 = 0.026$. *Par suite*

$$p(A \cap C) = p(A) \times p(C)$$

et les événements A *et* C *sont sont indépendants.*

e) Les événements A et D sont incompatibles.

☐ V

✓ F

Sachant $p(A \cap D) = 0.029$, *on a* $A \cap D \neq \emptyset$ *et les événements* A *et* D *ne sont pas incompatibles.*

f) Les événements A et D sont indépendants.

☐ V

✓ F

D'une part $p(A \cap D) = 0.029$. *D'autre part,* $p(A) \times p(D) = 0.13 \times 0.3 = 0.039$. *Par suite*

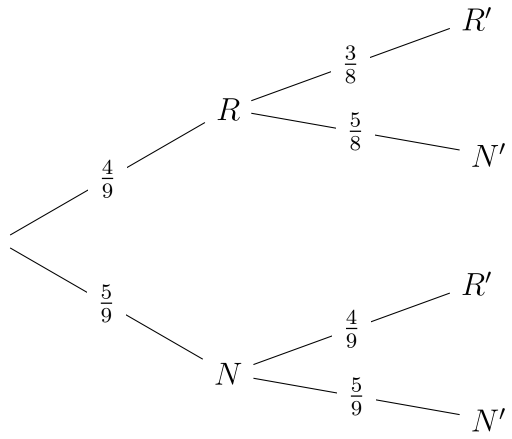
$$p(A \cap D) \neq p(A) \times p(D)$$

et les événements A *et* D *sont ne sont pas indépendants.*

Q4) Une urne contient 4 boules rouges et 5 boules noires indiscernables au toucher. On effectue un premier tirage. Si la boule obtenue est rouge, on ne la remet pas dans l'urne. Si la boule obtenue est noire, on la remet dans l'urne. Puis on effectue un second tirage.

- *Notons R et N les événements « Tirer une boule rouge au premier tirage. » et « Tirer une boule noire au premier tirage. »*
- *Notons R' et N' les événements « Tirer une boule rouge au second tirage. » et « Tirer une boule noire au second tirage. »*

L'arbre pondéré décrivant l'expérience aléatoire est



a) La probabilité d'obtenir une boule rouge au second tirage est

☐ $\dfrac{62}{157}$	☐ $\dfrac{65}{160}$	☐ $\dfrac{68}{163}$
☐ $\dfrac{63}{158}$	☐ $\dfrac{66}{161}$	☐ $\dfrac{69}{164}$
☐ $\dfrac{64}{159}$	✓ $\dfrac{67}{162}$	☐ $\dfrac{70}{165}$

D'après la formule des probabilités totales

$$\begin{aligned}
p(R') &= p\left(R \cap R'\right) + p\left(N \cap R'\right) \\
&= p(R) \times p_R(R') + p\left(N\right) \times p_N(R') \\
&= \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} \\
&= \frac{67}{162}
\end{aligned}$$

b) La probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est

☐ $\dfrac{80}{157}$	☐ $\dfrac{83}{160}$	☐ $\dfrac{86}{163}$
☐ $\dfrac{81}{158}$	☐ $\dfrac{84}{161}$	☐ $\dfrac{87}{164}$
☐ $\dfrac{82}{159}$	✓ $\dfrac{85}{162}$	☐ $\dfrac{88}{165}$

Notons E l'événement « Obtenir deux boules de couleurs différentes. ».
L'événement E étant la réunion disjointe des événements $R \cap N'$ et $N \cap R'$, on obtient

$$p(E) = p\left(R \cap N'\right) + p\left(N \cap R'\right)$$

$$
\begin{aligned}
&= p(R) \times p_R\left(N'\right) + p(N) \times p_N\left(R'\right) \\
&= \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} \\
&= \frac{85}{162}
\end{aligned}
$$

c) La probabilité d'obtenir une boule noire au premier tirage, sachant que la boule obtenue au second tirage était rouge, est

☐ $\frac{38}{65}$	☐ $\frac{41}{68}$	☐ $\frac{44}{71}$
☐ $\frac{39}{66}$	☐ $\frac{42}{69}$	☐ $\frac{45}{72}$
✓ $\frac{40}{67}$	☐ $\frac{43}{70}$	☐ $\frac{46}{73}$

$$
\begin{aligned}
p_{R'}(N) &= \frac{p\left(N \cap R'\right)}{p\left(R'\right)} \\
&= \frac{p(N) \times p_N\left(R'\right)}{p\left(R'\right)} \\
&= \frac{\frac{5}{9} \times \frac{4}{9}}{\frac{67}{162}} \\
&= \frac{40}{67}
\end{aligned}
$$